ESTATÍSTICA

EXERCÍCIOS

Rui Rocha
(rhr@isep.ipp.pt)

ISEP, Departamento de Matemática (DMA)

2023

ESTATÍSTICA

Ficha 1: Estatística descritiva

1. A tabela seguinte mostra os resultados de um estudo para determinar o fruto seco preferido dos clientes de uma loja.

Fruto	Nº de pessoas
Noz	12
Avelã	8
Amêndoa	9
Pinhão	4
Caju	7
Amendoim	10

   a) Construa um gráfico de barras.
   b) Construa um gráfico circular.

2. Registou-se o número de veículos parados num dado semáforo vermelho em diferentes momentos, tendo-se obtido os seguintes resultados:

0	2	5	1	3	3	2	4	3	4
2	1	1	0	2	3	3	5	1	0
4	3	4	5	1	0	0	2	3	1
0	3	3	1	2	5	2	2	4	1
4	1	2	3	5	2	1	4	0	3

   a) Construa a tabela de frequências.
   b) Calcule a média, a mediana e os percentis de ordem 25, 50 e 75.
   c) Calcule a variância, o desvio padrão, o coeficiente de variação e a amplitude interquartil.
   d) Determine o coeficiente de assimetria e o coeficiente de curtose.
   e) Construa um diagrama de caixa.
   f) Construa um gráfico de barras.

3. A seguinte tabela apresenta uma amostra da quantidade de resíduo, em gramas, num dado tipo de embalagem.

Quantidade de resíduo	Nº de embalagens
[0, 10[	18
[10, 20[	38
[20, 30[	78
[30, 40[	94
[40, 50[	105
[50, 60[	83
[60, 70[	57
[70, 80[	27

   a) Calcule a média, a mediana e os percentis de ordem 25 e 75.

b) Calcule a variância, o desvio padrão e o coeficiente de variação.
c) Determine o coeficiente de assimetria e o coeficiente de curtose.
d) Construa um histograma.

4. A seguinte tabela indica o peso, em gramas, de um conjunto de animais de determinada espécie.

393	203	395	237	392	224	363	298	352	240
207	287	258	203	214	209	204	232	285	391
374	317	203	203	322	206	208	268	265	399
361	384	208	398	215	351	245	385	382	214
207	211	375	213	350	395	208	321	354	348
362	210	344	203	334	203	391	261	250	205
286	271	397	215	213	227	218	398	331	362
219	344	396	214	382	215	382	399	251	358
207	356	310	212	381	204	276	339	399	211
372	245	394	209	306	205	350	274	306	217

a) Use a regra de Sturges para determinar o número de classes e construa a tabela de frequências.
b) Calcule a média, a mediana e o terceiro quartil.
c) Calcule a variância, o desvio padrão e o coeficiente de variação.
d) Construa um histograma mantendo as classes determinadas na alínea a).

5. A seguinte tabela apresenta a altura (X) e o peso (Y) de vários indivíduos.

Altura (m)	1,61	1,65	1,69	1,71	1,82	1,88	1,93	1,97	2,01
Peso (kg)	62,7	65,3	68,3	64,7	75,4	80,6	82,7	87,2	98,5

a) Construa um diagrama de dispersão.
b) Determine a recta de regressão e represente-a sobre o gráfico de dispersão.
c) Calcule o coeficiente de correlação e comente o resultado.

6. A seguinte tabela apresenta a autonomia de um veículo eléctrico para várias percentagens da carga da bateria.

Carga (%)	15	20	30	40	50	60	80	90
Autonomia (km)	38	75	120	168	234	277	400	444

a) Construa um diagrama de dispersão.
b) Determine a recta de regressão e represente-a sobre o gráfico de dispersão.
c) Calcule o coeficiente de correlação e comente o resultado.
d) Estime a autonomia para uma carga de 70%.

ESTATÍSTICA

Ficha 1: Estatística descritiva

Soluções:

2. b) $\bar{x} = 2{,}32$; $Me = 2$; $p_{25} = 1$; $p_{50} = 2$; $p_{75} = 3$
   c) $s^2 \cong 2{,}385$; $s \cong 1{,}544$; $cv \cong 66{,}57\%$; $AI = 2$
   d) $a_3 \cong 0{,}120$; $a_4 \cong 1{,}931$
3. a) $\bar{x} = 41{,}84$; $Me = 42{,}10$; $p_{25} = 28{,}85$; $p_{75} = 55{,}06$
   b) $s^2 \cong 308{,}6$; $s \cong 17{,}57$; $cv \cong 41{,}99\%$
   c) $a_3 \cong -0{,}0562$; $a_4 \cong 2{,}328$
4. b) $\bar{x} = 290{,}9$; $Me = 280{,}5$; $q_3 = 362$
   c) $s^2 \cong 5516{,}5$; $s \cong 74{,}27$; $cv \cong 25{,}53\%$
5. b) $y = -66{,}86 + 79{,}11x$
   c) $r \cong 0{,}965$
6. b) $y = -41{,}295 + 5{,}419x$
   c) $r \cong 0{,}999$
   d) $y(70) \cong 338{,}0$

ESTATÍSTICA

Ficha 2: Probabilidades – Regra da adição

1. Considere os eventos A e B tais que:

$$P(A \cap \bar{B}) = 0{,}26\ ,\ \ P(\bar{A} \cap B) = 0{,}18\ \text{ e }\ P(A \cup B) = 0{,}65$$

   a) Determine $P(A)$ e $P(B)$.
   b) Averigue se os acontecimentos A e B são incompatíveis.
   c) Calcule a probabilidade de ocorrer apenas um destes eventos.

2. Uma moeda é viciada de tal modo que a probabilidade de sair cara é 2 vezes a probabilidade de sair coroa. Lança-se a moeda ao ar. Qual a probabilidade de sair cara?

3. Considere os eventos A, B e C tais que: $P(A) = 0{,}5$; $P(B) = 0{,}2$; $P\big((A \cup B) \cap \bar{C}\big) = 0{,}6$; $P(B \cup C) = 0{,}3$; A não intersecta B nem C. Determine $P(C)$.

4. Numa papelaria, 25% dos clientes compram canetas, 15% compram lápis e 5% compram canetas e lápis. Determine a percentagem de clientes que:

   a) Compram canetas ou lápis.
   b) Destes dois artigos, compram apenas canetas.
   c) Não compram canetas nem lápis.
   d) Não compram canetas ou não compram lápis.

5. Um dado seguro dispõe de 3 tipos de coberturas, A, B e C, sendo as escolhas dos clientes as seguintes:

Cobertura	A	B	C	$A \cap B$	$A \cap C$	$B \cap C$	$A \cap B \cap C$
%	18	27	14	5,1	7,3	2,8	1,5

   Qual é a probabilidade de um cliente escolher:

   a) Pelo menos uma das coberturas?
   b) Apenas as coberturas B e C?
   c) Apenas a cobertura B?

6. Um vinicultor produz três categorias de vinhos, A, B e C, sendo as preferências dos clientes as seguintes:

Categoria	A	B	C	$A \cup B$	$A \cup C$	$A \cap B \cap C$
% de clientes	45	40	45	75	70	5

   Sendo $P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = 0{,}1$, qual é a probabilidade de um cliente escolhido ao acaso preferir:

   a) Pelo menos uma das 3 categorias de vinho?
   b) Apenas as categorias A e C?
   c) Apenas a categoria C?

Soluções:

1. a) $P(A) = 0{,}47$ e $P(B) = 0{,}39$
   b) Não são incompatíveis
   c) 0,44
2. 2/3
3. 0,2
4. a) 0,35
   b) 0,2
   c) 0,65
   d) 0,95
5. a) 0,453
   b) 0,013
   c) 0,206
6. a) 0,9
   b) 0,15
   c) 0,15

ESTATÍSTICA

Ficha 3: Probabilidades – Regra da multiplicação

1. Numa dada clínica verifica-se que 20% dos utentes são doentes crónicos, 30% dos utentes têm seguro de saúde e 15% são doentes crónicos com seguro de saúde.
   a) Qual é a probabilidade de um utente ter seguro de saúde sabendo que tem doença crónica?
   b) De entre os utentes que não têm seguro, qual é a percentagem de utentes sem doença crónica?

2. De um baralho de 40 cartas retira-se sucessivamente uma carta.
   a) Se não houver reposição, qual é a probabilidade de sair uma figura (dama, valete ou rei) apenas na 4ª carta retirada?
   b) Repita o cálculo da alínea anterior no caso em que há reposição.
   c) Havendo reposição, qual é o nº mínimo de cartas a retirar (n) para que a probabilidade de sair uma figura somente na n-ésima carta retirada seja inferior a 0,003?

3. De acordo com as autoridades, 40% dos pilotos de drones não têm certificação. Sabe-se também que 35% destes pilotos e 15% dos pilotos certificados fazem voos em zonas proibidas.
   a) Qual é a percentagem de pilotos que voam em zonas proibidas?
   b) Um piloto inspecionado pelas autoridades estava a voar numa zona proibida. Qual é a probabilidade deste piloto ter certificação para pilotar drones?

4. A produção diária de peças numa fábrica é obtida através de 3 máquinas, A, B e C, nas condições indicadas na tabela seguinte:

Máquina	A	B	C
Produção (%)	40	35	25
Defeituosas (%)	2.5	1.5	2.0

   a) Qual é a probabilidade de uma peça escolhida ao acaso ser defeituosa?
   b) Uma peça foi escolhida ao acaso e verificou-se que não tem defeito. Qual é a probabilidade de ter sido produzida pela máquina B?

5. Sejam A e B dois acontecimentos tais que: $P(A) = 1/5$; $P(B) = p$; $P(A \cup B) = 1/3$. Determine p considerando que:
   a) A e B são acontecimentos mutuamente exclusivos.
   b) A e B são acontecimentos independentes.

6. Num certo exame só são admitidas as respostas SIM ou NÃO. Um aluno só estudou metade da matéria e quando não conhece a resposta responde ao acaso. Qual é a probabilidade de uma resposta correcta ser consequência dos conhecimentos e não do acaso?

7. Sabe-se que 60% dos clientes de uma loja gastam mais de 50 euros, 58% dos clientes pagam com cartão e 50% dos clientes que gastam mais de 50 euros pagam com cartão. Qual é a percentagem de clientes com despesa não superior a 50 euros que pagam com cartão?

8. Lança-se um dado cujas faces são 1, 1, 3, 4, 5 e 6. Se sair a face 5, lança-se uma moeda. Por cada cara obtida ganha-se 3 pontos e por cada coroa perde-se 1 ponto. Se sair face par, lançam-se 2 moedas. Por cada cara ganha-se 1,5 pontos e por cada coroa perde-se 0,5 pontos. Em todos os outros casos ganha-se 0,5 pontos.
   a) Calcule a probabilidade de se perder 1 ponto.
   b) Suponha que se ganhou 3 pontos. Qual a probabilidade de ter saído face par?

Soluções:

1. a) 0,75
   b) 92,86%
2. a) $\frac{378}{3515}$
   b) 0,1029
   c) $n_{min} = 14$
3. a) 0,23
   b) 0,3913
4. a) 0,02025
   b) 0,3519
5. a) 2/15
   b) 1/6
6. 2/3
7. 70%
8. a) 1/6
   b) 1/2

ESTATÍSTICA

Ficha 4: Variáveis aleatórias discretas

1. Certas embalagens contêm 5 maçãs cada. O número de maçãs verdes de uma embalagem é uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade:

x_i	0	1	2	3	4	5
$f(x_i)$	0,3	a	0,17	0,13	0,08	b

   a) Determine as constantes a e b sabendo que apenas 28% das embalagens têm mais de 2 maçãs verdes.
   b) Um cliente comprou três embalagens. Qual é a probabilidade de apenas uma destas embalagens ter menos de 2 maçãs verdes?

2. O número de chamadas consecutivas não atendidas que um cliente faz para uma dada instituição é uma v.a., X, com a seguinte função de probabilidade:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0,35	a	0,2	b	0,05

   a) Determine as constantes a e b sabendo que $E(X) = 1{,}3$.
   b) Qual é a probabilidade do número de chamadas consecutivas não atendidas exceder a média em mais de um desvio padrão?
   c) Determine a função de distribuição de X.
   d) Sendo $Y = 3X - 5$, calcule:
      i. $E(Y)$ e $V(Y)$.
      ii. $E(X + 3Y)$ e $V(X + 3Y)$.
      iii. $E(X^2 + Y^2)$

3. Uma empresa de passeios turísticos vende viagens a duas ilhas: a ilha leste e a ilha oeste. Os registos mostram que 25% dos clientes optam pela ilha leste, 15% optam pela ilha oeste e 5% fazem as duas viagens. Seja X a v.a. que representa o nº de ilhas visitadas por um cliente.
   a) Um cliente decidiu visitar apenas uma das ilhas. Qual é a probabilidade de ter escolhido a ilha oeste?
   b) Calcule o valor esperado e a variância de X.
   c) Determine a função de distribuição de X.

4. O número de automóveis de certa marca vendidos em cada semana pela empresa A é uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade:

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0,1	a	0,2	0,2	b	0,05

   Suponha que o preço de venda de um automóvel é de 20000 euros e o preço de aquisição é de 15000 euros. Admita ainda que a empresa suporta custos semanais de 5000 euros com o serviço de vendas desta marca de automóveis. Sabe-se ainda que $P(X = 3 | X > 2) = 0{,}5$.

a) Determine as constantes a e b.
b) Calcule a média e a variância do número de automóveis vendidos.
c) Calcule $E(3X^2 - 1)$ e $V(3X - 1)$.
d) Determine a função de probabilidade da v.a. Z-"Lucro semanal da empresa, em euros" e calcule o lucro esperado por semana.

5. Lançam-se 2 dados. Se a soma dos pontos obtidos for 7, lança-se uma moeda. Por cada cara obtida ganha-se 3 euros. Por cada coroa perde-se 1 euro. Se a soma for 6 ou 8, lança-se 2 moedas. Por cada cara ganha-se 1,5 euro, por cada coroa perde-se 0,5 euro. Em todos os outros casos, ganha-se 0,5 euro se a soma for par e perde-se 0,5 euro se a soma for ímpar.

   a) Calcule a probabilidade de, num só lançamento, se ganhar 3 euros, sabendo que saiu soma par.
   b) Seja X a variável aleatória que traduz o ganho no final de um lançamento. Calcule o valor esperado e a variância de X.

Soluções:

1. a) $a = 0{,}25$ e $b = 0{,}07$
   b) 0,334125
2. a) $a = 0{,}25$ e $b = 0{,}15$
   b) 0,2
   c) $F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 0 \\ 0{,}35 & ; \quad 0 \leq x < 1 \\ 0{,}6 & ; \quad 1 \leq x < 2 \\ 0{,}8 & ; \quad 2 \leq x < 3 \\ 0{,}95 & ; \quad 3 \leq x < 4 \\ 1 & ; \quad x \geq 4 \end{cases}$
   d) i. $E(Y) = -1{,}1$ e $V(Y) = 13{,}59$
   ii. $E(X + 3Y) = -2$ e $V(X + 3Y) = 151$
   iii. 18
3. a) $\frac{1}{3}$
   b) $E(X) = 0{,}4$ e $V(X) = 0{,}34$
   c) $F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 0 \\ 0{,}65 & ; \quad 0 \leq x < 1 \\ 0{,}95 & ; \quad 1 \leq x < 2 \\ 1 & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$
4. a) $a = 0{,}3$ e $b = 0{,}15$
   b) $E(X) = 2{,}15$ e $V(X) = 1{,}9275$
   c) $E(3X^2 - 1) = 18{,}65$ e $V(3X - 1) = 17{,}3475$

d) $E(Z) = 5750$ €

z	-5000	0	5000	10000	15000	20000
$g(z)$	0,1	0,3	0,2	0,2	0,15	0,05

5. a) $f(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x \notin \{0, 1, 2, 3\} \\ 0{,}001 & ; \quad x = 0 \\ 0{,}027 & ; \quad x = 1 \\ 0{,}243 & ; \quad x = 2 \\ 0{,}729 & ; \quad x = 3 \end{cases}$

   b) $F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 0 \\ 0{,}001 & ; \quad 0 \leq x < 1 \\ 0{,}028 & ; \quad 1 \leq x < 2 \\ 0{,}271 & ; \quad 2 \leq x < 3 \\ 1 & ; \quad x \geq 3 \end{cases}$

   c) $E(X) = 2{,}7$, $Mo(X) = 0{,}3$ e $V(X) = 0{,}27$

6. a) $5/36$

   b) $E(X) = 0{,}389$ € e $V(X) = 1{,}65$ €^{2}

ESTATÍSTICA

Ficha 5: Distribuições discretas – Distribuição Binomial

1. Das laranjas vendidas por um produtor, 20% estão verdes. Uma embalagem tem 12 laranjas escolhidas ao acaso. Calcule a probabilidade do número de laranjas verdes na embalagem ser:
   a) Igual a 2.
   b) Pelo menos 3.
   c) Menos de 7.
   d) Mais de 2 e no máximo 6.

2. Numa dada empresa verifica-se que 30% das encomendas chegam ao destino fora do prazo previsto.
   a) Em 15 encomendas escolhidas ao acaso, qual é a probabilidade do número de encomendas entregues fora do prazo ser superior a 4?
   b) Repita o cálculo da alínea anterior sabendo que o número de encomendas fora do prazo é inferior a 8.
   c) Foram escolhidos 5 dias ao acaso com 15 entregas diárias de encomendas. Qual é a probabilidade de ter havido mais de 4 encomendas fora do prazo em apenas um destes dias.

3. Num lote de 200 peças há 30 com defeito. Deste lote é retirada uma amostra aleatória de10 peças com reposição, sendo o lote rejeitado se a amostra tiver mais de 1 peça defeituosa.
   a) Determine a probabilidade do lote ser rejeitado.
   b) Num armazém há 8 lotes destes. Qual é a probabilidade de mais de metade destes lotes serem rejeitados?
   c) Qual deve ser o tamanho máximo da amostra para que um lote seja rejeitado em menos de 20% dos casos?

4. A produção diária de peças numa fábrica é obtida através de 3 máquinas, A, B e C, nas condições indicadas na tabela seguinte:

Máquina	A	B	C
Produção (%)	40	35	25
Defeituosas (%)	5	10	18

   a) Numa amostra de 15 peças da máquina A verificou-se que pelo menos uma peça é defeituosa. Qual é a probabilidade do número de peças defeituosas nesta amostra ser inferior a 4?
   b) Se uma amostra for constituída por 12 peças do total da produção, qual é a probabilidade da amostra não ter mais de 3 peças defeituosas?
   c) Que tamanho devem ter as amostras para que as peças sejam todas da máquina A em 2,56% das amostras?
   d) Um cliente quer comprar 200 peças. O preço por peça será de 2 euros se houver menos de duas peças defeituosas em 12 escolhidas ao acaso do total da produção. Senão, o preço por peça será de 1.5 euros. Qual é o custo esperado das 200 peças?

5. Na deslocação de casa para o seu local de trabalho, um indivíduo passa por vários semáforos. Sabe-se que cada um dos semáforos está verde em 50% dos casos e que a probabilidade de apanhar todos os semáforos verdes é aproximadamente 0,25.
    a) Por quantos semáforos passa o indivíduo?
    b) Durante uma semana de trabalho (5 dias) o indivíduo realiza duas viagens em cada dia. Qual a probabilidade de que apenas 3 dessas viagens sejam realizadas sem ter de parar nos semáforos?

6. Considere dois baralhos de 40 cartas, sendo um convencional e o outro viciado. O baralho viciado contém 6 ases.
    a) Retira-se repetidamente uma carta do baralho convencional, com reposição. Calcule a probabilidade de saírem 3 ases em 12 extracções.
    b) Escolhe-se um dos baralhos aleatoriamente, retiram-se 12 cartas com reposição e obtêm-se 3 ases. Calcule a probabilidade de ter sido seleccionado o baralho viciado.

Soluções:

1. a) 0,2835
   b) 0,4417
   c) 0,9961
   d) 0,4378
2. a) 0,4845
   b) 0,4574
   c) 0,1711
3. a) 0,4557
   b) 0,2714
   c) $n_{max} = 5$
4. a) 0,9898
   b) 0,9744
   c) $n = 4$
   d) 365,9 €
5. a) $n = 2$
   b) 0,2503
6. a) 0,0852
   b) 0,6687

ESTATÍSTICA

Ficha 6: Distribuições discretas – Distribuição de Poisson

1. Numa dada rede de comunicação de dados, o número de falhas diárias tem uma distribuição de Poisson de média 3,4.

   a) Calcule a probabilidade do número de falhas diárias ser:
      i. Igual a 4.
      ii. Mais de 3.
      iii. Menos de 7.
      iv. Mais de 3, mas menos de 7.

   b) Calcule a probabilidade de ocorrerem menos de 5 falhas em 36 horas.

2. Ao fim de semana, entre as 12:00 e as 13:00, o número de veículos em fila num dado semáforo quando este passa a verde tem distribuição de Poisson, não havendo veículos em 25% dos casos.

   a) Determine o número esperado de veículos na fila quando o semáforo passa a verde.
   b) Qual é a probabilidade do número de veículos numa fila destas exceder pelo menos 2 vezes a média?
   c) Se numa fila destas houver pelo menos 1 veículo, qual é a probabilidade de haver menos de 4?
   d) Em 5 filas destas, qual é a probabilidade de não haver veículos em apenas uma delas?

3. Determinado terreno está dividido em secções de $100\ m^2$ cada. O número de trufas numa secção de $100\ m^2$ tem distribuição de Poisson com uma média de aproximadamente $0{,}57$.

   a) Qual é a probabilidade de haver pelo menos uma trufa numa secção de $100\ m^2$ escolhida ao acaso?
   b) Calcule a probabilidade de haver mais de três trufas numa secção de $200\ m^2$.
   c) Em 8 secções de $100\ m^2$, qual é a probabilidade de pelo menos 3 secções não terem qualquer trufa?

4. Em determinadas operações stop, o número de condutores multados por hora segue distribuição de Poisson, de média 4.

   a) Determine a probabilidade do número de condutores multados ser superior a 2 na primeira meia hora e não haver multas na segunda meia hora.
   b) Se na primeira hora forem multados mais de 5 condutores, a operação stop dura apenas uma hora, senão a operação é prolongada por mais meia hora. Qual é a duração média destas operações stop?

ESTATÍSTICA

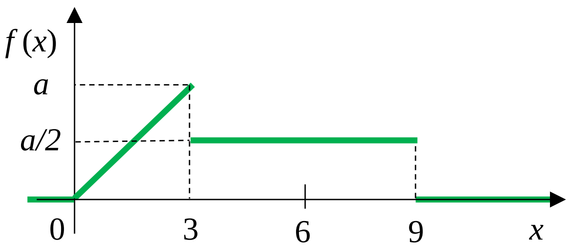
Ficha 6: Distribuições discretas – Distribuição de Poisson

Soluções:

1. a) i. 0,1858
   ii. 0,4416
   iii. 0,9421
   iv. 0,3837
   b) 0,4231
2. a) 1,39
   b) 0,1641
   c) 0,9300
   d) 0,3955
3. a) 0,4345
   b) 0,0288
   c) 0,9253
4. a) 0,0437
   b) 1h24min

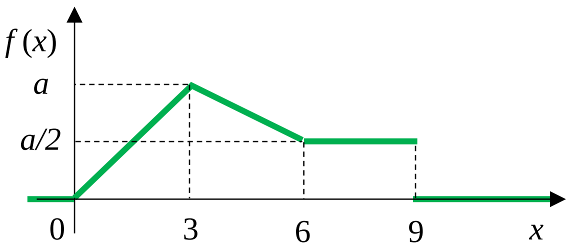
Ficha 7: Variáveis aleatórias contínuas

1. O tempo de execução de um processo, em segundos, é uma variável aleatória X com a seguinte função densidade de probabilidade:



   a) Determine a constante a.
   b) Qual é a probabilidade de um processo ter um tempo de execução inferior a 3 s?
   c) Defina a função densidade de probabilidade da v.a. X.
   d) Determine a função de distribuição de X.
   e) Calcule a média e a mediana do tempo de execução de um processo.

2. A quantidade de resíduo, em gramas, num dado tipo de embalagem é uma variável aleatória com a seguinte função densidade de probabilidade:



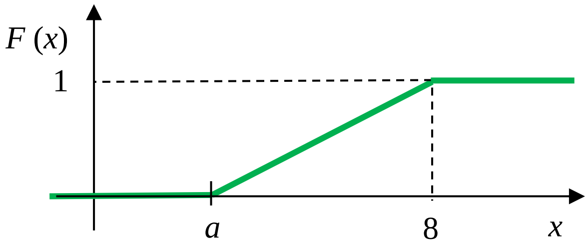
   a) Qual é a probabilidade de uma embalagem destas ter mais de 6 g de resíduo?
   b) Entre as embalagens com mais de 3 g de resíduo, qual é a percentagem com menos de 6 g?
   c) Foram escolhidas aleatoriamente 18 embalagens com mais de 3 g de resíduo. Qual é a probabilidade de pelo menos metade delas terem menos de 6 g de resíduo?

3. A variável aleatória X tem a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} kx(5-x) & ; \quad x \in [0,5] \\ 0 & ; \quad x \notin [0,5] \end{cases}$$

   a) Determine a constante k.
   b) Determine a função de distribuição de X.
   c) Calcule o valor esperado e a variância de X.

4. A variável aleatória X tem a seguinte função de distribuição:



a) Defina a função de distribuição da v.a. X.
b) Determine a constante a sabendo que $P(X < 5) = 0{,}25$.
c) Determine o 1º, 2º e 3º quartis.
d) Calcule a função densidade de probabilidade de X.
e) Calcule a probabilidade de X exceder o valor médio.

5. A taxa de ocupação diária dos hotéis de uma dada região pode ser representada por uma variável aleatória com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{kx^2}{2} + x & ; \quad x \in [0,1] \\ 0 & ; \quad x \notin [0,1] \end{cases}$$

a) Determine a constante k e a taxa de ocupação diária média.
b) Qual é a percentagem de dias em que a taxa de ocupação é superior à média?
c) Qual é a probabilidade da taxa de ocupação ser superior a 0,2 num dia em que é inferior a 0,5?
d) Em 15 dias escolhidos ao acaso, qual é a probabilidade da taxa de ocupação ser inferior à média no máximo em 5 dias?

Soluções:

1. a) $\frac{2}{9}$
   b) $\frac{1}{3}$
   c) $f(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 0 \\ \frac{2x}{27} & ; \quad 0 \leq x < 3 \\ \frac{1}{9} & ; \quad 3 \leq x < 9 \\ 0 & ; \quad x \geq 9 \end{cases}$
   d) $F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 0 \\ \frac{x^2}{27} & ; \quad 0 \leq x < 3 \\ \frac{x}{9} & ; \quad 3 \leq x < 9 \\ 1 & ; \quad x \geq 9 \end{cases}$
   e) $E(X) = \frac{14}{3}$ e $Me = 4{,}5$
2. a) $\frac{2}{7}$
   b) 60%
   c) 0,8653
3. a) $k = 0{,}048$
   b) $F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 0 \\ 0{,}016(7{,}5 - x)x^2 & ; \quad 0 \leq x \leq 5 \\ 1 & ; \quad x > 5 \end{cases}$
   c) $E(X) = 2{,}5$ e $V(X) = 1{,}25$
4. a) $F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < a \\ \frac{x-a}{8-a} & ; \quad a \leq x < 8 \\ 1 & ; \quad x \geq 8 \end{cases}$
   b) $a = 4$
   c) $q_1 = 5$, $q_2 = Me = 6$ e $q_3 = 7$
   d) $f(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 4 \\ 0{,}25 & ; \quad 4 \leq x < 8 \\ 0 & ; \quad x \geq 8 \end{cases}$
   e) 0,5
5. a) $k = 3$ e $E(X) = \frac{17}{24}$
   b) 57,14%
   c) 0,872
   d) 0,3183

isep
instituto superior de engenharia do porto

ESTATÍSTICA

Ficha 8: Distribuições contínuas – Distribuição uniforme e distribuição exponencial

1. O erro no comprimento de uma peça tem distribuição $U(180, b)$, de média 200 μm.

   a) Determine a constante b.
   b) De entre as peças com erro superior à média, qual é a percentagem de peças com erro inferior a 210 μm?
   c) Calcule a percentagem de peças cujo erro excede a média em mais de um desvio padrão.
   d) Determine o 1º quartil do erro no comprimento.

2. O erro no diâmetro das peças produzidas por determinada máquina tem distribuição uniforme de média 8 μm, sendo superior a 5 μm em 80% dos casos.

   a) Qual é a percentagem de peças com erro no diâmetro superior a 10 μm?
   b) Qual é o erro no diâmetro que não é ultrapassado por 75% das peças?
   c) Em 15 peças escolhidas ao acaso, qual é a probabilidade de mais de metade ter um erro inferior a 5 μm?

3. O índice de qualidade de um determinado produto tem distribuição uniforme de média 30, sendo inferior a 15 em 20% dos casos. O preço por unidade deste produto é 20 euros se o índice de qualidade for inferior a 10, 40 euros se o índice de qualidade for superior a 45 e 25 euros nos restantes casos.

   a) Determine o preço médio por unidade.
   b) Em 10 unidades escolhidas ao acaso, qual é a probabilidade de menos de 1 terço das unidades ter índice de qualidade inferior a 15.

4. A duração das chamadas telefónicas de um dado estabelecimento segue distribuição exponencial, sendo superior a 5 minutos em apenas 25% dos casos.

   a) Qual é a probabilidade de uma chamada destas durar mais de 8 minutos?
   b) Qual é a duração mediana?
   c) Determine a duração para a qual a percentagem de chamadas que duram mais é o triplo da percentagem de chamadas que não duram mais.

5. Uma certa loja vende determinado tipo de lâmpadas cujo tempo de vida tem uma distribuição exponencial, de média 1500 h. Se a lâmpada durar menos de 500 h, a loja devolve o valor total da lâmpada, que é 15 €. Se a lâmpada durar entre 500 h e 1000 h, a loja faz um desconto de 3 €. Nos restantes casos não há qualquer desconto.

   a) Determine a percentagem de lâmpadas destas que duram menos de 500 h.
   b) Defina a função de probabilidade da v.a. que representa o preço final por lâmpada (após os eventuais descontos).
   c) Determine o preço final esperado por lâmpada.

Soluções:

1. a) 220 μm
   b) 50%
   c) 21,13%
   d) 190 μm
2. a) 30%
   b) 10,5 μm
   c) 0,0042
3. a) 27,5 €
   b) 0,8791
4. a) 0,1088
   b) 2,5 min
   c) 1,037 min
5. a) 28,35%
   b) $g(y) = \begin{cases} 0{,}2835 & ; \quad y = 0 \\ 0{,}2031 & ; \quad y = 12 \\ 0{,}5134 & ; \quad y = 15 \end{cases}$
   c) 10,14 €

ESTATÍSTICA

Ficha 9: Distribuições contínuas – Distribuição normal e aditividade

1. O comprimento das folhas de determinada planta segue distribuição normal, com média de 7,8 cm e desvio padrão de 2,4 cm.
   a) Calcule a probabilidade de uma folha destas ter mais de 6 cm.
   b) Qual é a probabilidade de uma folha ter mais de 6 cm, mas não mais de 9 cm?
   c) Qual é a percentagem de folhas cujo comprimento difere da média menos de 2 desvios padrão?
   d) Qual é o comprimento que não é excedido por 95% destas folhas?

2. O peso dos adultos do sexo masculino de certa localidade tem distribuição normal de média 72 kg, sendo superior a 85 kg em apenas 15% dos casos.
   a) Determine a probabilidade de um destes indivíduos pesar menos de 70 kg.
   b) Num elevador com 650 kg de carga máxima entraram 9 indivíduos destes. Qual é a probabilidade da carga máxima ter sido excedida?
   c) Qual é o peso tal que a percentagem de indivíduos que pesam mais é metade da percentagem de indivíduos que não pesam mais?

3. Determinadas caixas de chocolates contêm 5 chocolates do tipo A e 8 do tipo B. A caixa vazia e os chocolates individuais têm um peso normalmente distribuído com as médias e os desvios padrão indicados na tabela seguinte:

	μ (g)	σ (g)
Caixa vazia	125	3
Chocolate do tipo A	15	1,5
Chocolate do tipo B	20	1,8

   a) Qual é a percentagem de caixas cheias com peso superior a 365 g?
   b) Qual é a percentagem de caixas cheias com mais de 350 g de entre as que pesam menos que a média?
   c) Um consumidor comprou 10 caixas de chocolates destas para oferecer. Qual é a probabilidade de pelo menos 3 terem um peso abaixo da média?

4. Uma empresa só vende 3 produtos: A, B e C. O custo por quilo é de 25 € para o produto A, 30 € para o B e 40 € para o C. A quantidade de cada produto vendida diariamente é normalmente distribuída com os seguintes parâmetros:

	μ (kg)	σ (kg)
A	3,0	1,5
B	2,8	2,5
C	1,4	1,8

   a) Determine a probabilidade da receita diária da empresa exceder os 150 €.

b) Qual é a probabilidade da receita diária obtida com a venda do produto A exceder a receita diária com a venda do produto B?

5. Numa operação stop, o tempo de paragem dos condutores multados tem distribuição normal, sendo inferior a 5 minutos em 25% dos casos e inferior a 8 minutos em 75% dos casos.

   a) Calcule a probabilidade de um condutor multado ficar parado mais de 10 minutos.
   b) Numa operação stop destas foram multados 12 condutores. Qual é a probabilidade do tempo total de paragem dos primeiros 5 condutores multados ser inferior ao tempo total de paragem dos restantes condutores multados?

Soluções:

1. a) 0,7734
   b) 0,4649
   c) 95,44%
   d) 11,7 cm
2. a) 0,4364
   b) 0,4789
   c) 77,4 kg
3. a) 23,09%
   b) 85,84%
   c) 0,9453
4. a) 0,7224
   b) 0,4562
5. a) 0,0571
   b) 0,9545

ESTATÍSTICA

Ficha 10: Teorema do limite central (TLC) e Amostragem

1. O tempo que uma secretária leva a ler um email segue distribuição exponencial, de média 8 s.

   a) Na segunda-feira, a secretária tem 35 emails para ler. Determine a probabilidade do tempo total gasto nesta tarefa exceder 4 minutos e meio.
   b) Na terça-feira, a secretária tem 38 emails para ler. Calcule a probabilidade de, neste dia, a secretária gastar menos tempo a ler emails do que na segunda-feira.
   c) Numa dada tarde, a secretária pretende ler 10 emails. Qual é a probabilidade de gastar menos tempo do que a média em pelo menos 6 emails?

2. A seguinte tabela apresenta a média e o desvio padrão do peso de determinados tipos de frutos secos.

	μ (g)	σ (g)
Noz (metade)	2,4	1,1
Amêndoa	1,5	0,3
Caju	1,7	0,5
Avelã	1,4	0,2

   As embalagens vendidas por certa marca contêm 10 metades de nozes, 7 amêndoas, 6 cajus e 9 avelãs.

   a) Qual é a probabilidade do peso líquido de uma embalagem exceder 58 g?
   b) Foram escolhidas ao acaso 15 embalagens. Qual é a probabilidade do peso líquido médio por embalagem não exceder 58 g?
   c) Um cliente comprou 45 embalagens. Qual é a probabilidade de pelo menos 35% destas embalagens terem um peso líquido superior a 58 g?

3. A capacidade de escrita de determinadas canetas tem valor médio de 1639 m e desvio padrão de 175 m.

   a) Qual é a probabilidade de 35 canetas destas serem suficientes para traçar uma linha contínua de 57,5 km?
   b) Calcule a probabilidade da capacidade média de 35 canetas destas exceder 1645 m.

4. A resistência de uma corda da classe A tem distribuição normal com uma média de 750 daN e um desvio padrão de 15 daN. A resistência de uma corda da classe B tem distribuição desconhecida, com uma média de 760 daN e desvio padrão de 25 daN.

   a) Qual é a probabilidade da resistência média de 15 cordas da classe A ser superior a 755 daN?
   b) Calcule a probabilidade da resistência média de 30 cordas da classe B exceder a resistência média de 15 cordas da classe A em pelo menos 5 daN.
   c) Qual deve ser o tamanho mínimo das amostras para que a resistência média exceda 755 daN em menos de 5% das amostras de cordas da classe A?

5. O tempo de vida de um dispositivo electrónico tem distribuição exponencial, de média 1150 h.
   a) Qual é a proporção de dispositivos que duram menos de 1200 h?
   b) Um cliente A comprou 80 dispositivos destes. Qual é a probabilidade de que mais de 60% destes dispositivos durem menos de 1200 h?
   c) Um cliente B comprou 70 dispositivos. Calcule a probabilidade da percentagem de dispositivos que duram menos de 1200 h na amostra do cliente A exceder esta percentagem na amostra do cliente B em pelo menos 1%.

6. Sabe-se que 40% dos clientes de uma loja são do sexo masculino e que 75% destes pagam com cartão. Os registos mostram que 80% dos clientes do sexo feminino pagam com cartão. Num dado dia, a loja recebeu 60 clientes do sexo masculino e 70 do sexo feminino.
   a) Qual é a probabilidade de pelo menos 20% dos clientes atendidos neste dia não terem pagado com cartão?
   b) Calcule a probabilidade de, neste dia, a percentagem de clientes femininos que pagaram com cartão ter excedido a percentagem de clientes masculinos que pagaram com cartão em mais de 2%.

Soluções:

1. a) 0,5832
   b) 0,3632
   c) 0,7110
2. a) 0,4286
   b) 0,7611
   c) 0,8577
3. a) 0,4482
   b) 0,4207
4. a) 0,0985
   b) 0,7967
   c) 25
5. a) 0,6478
   b) 0,8159
   c) 0,4483
6. a) 0,7088
   b) 0,6591

Ficha 11: Estimação – Intervalos de confiança para médias e para a diferença entre médias

1. A seguinte tabela mostra as distâncias, em quilómetros, percorridas por um estafeta de um restaurante numa amostra aleatória de 30 serviços.

1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,5	1,5	1,5	1,8	2,2
2,3	2,4	2,5	2,7	2,8	2,9	3,4	3,6	3,8	3,8
3,9	4,1	4,3	4,5	4,7	4,7	4,8	4,9	4,9	5,0

   a) Determine um intervalo de confiança de 95% para a distância média dos serviços do estafeta.
   b) Que tamanho mínimo deveria ter a amostra para que o erro da estimativa da alínea anterior não exceda 0,5 km?
   c) Admita agora que a distância percorrida pelo estafeta segue uma distribuição normal. Numa outra amostra de 15 serviços obteve-se uma distância média de 2,7 km e um desvio padrão de 1,8 km. Neste caso, qual é o intervalo de confiança de 95% para a distância média?

2. De acordo com as especificações, o peso médio de um determinado produto deve estar compreendido entre 10 kg e 11 kg. Sabe-se que o desvio padrão do peso é 2 kg.
   a) Numa amostra de tamanho 200, o peso médio observado foi 10,6 kg. Ao nível de 95%, pode afirmar que o produto cumpre as especificações?
   b) Numa outra amostra de tamanho 30, obteve-se uma média de 10,5 Kg. Se o intervalo de confiança for igual ao intervalo especificado pelo fabricante, qual é o seu grau de confiança?
   c) Repita o cálculo realizado na alínea b), mas considerando uma média de 10,3 Kg.

3. Numa amostra aleatória dos tempos de fabrico das peças produzidas na máquina A foram observados os seguintes resultados:

Tempo (s)	Nº de peças
[0, 5[	18
[5, 10[	17
[10, 15[	16
[15, 20[	19

   a) Estime, com uma confiança de 97%, o tempo médio de fabrico de uma peça pela máquina A.
   b) Numa amostra aleatória de 60 peças produzidas numa outra máquina, B, observou-se que o tempo de fabrico por peça tinha média de 8,34 s e desvio padrão de 4,01 s. Com um nível de confiança de 98%, verifique se os tempos médios de fabrico são diferentes nas duas máquinas.

4. Considere a seguinte amostra aleatória do número de camiões que entram, por hora, na estação de serviço A:

Nº de entradas	Nº de registos
0	5
1	17
2	16
3	9

a) O gestor da estação de serviço A afirma que entram em média 2 camiões por hora. Verifique, ao nível de 97%, se os dados da amostra dão razão ao gestor.
b) Numa amostra aleatória de 50 registos de uma hora numa outra estação de serviço, B, o número médio de entradas por hora foi de 2,15, sendo o desvio padrão de 1,78. Será o número médio de entradas por hora diferente na estação A? Quantifique ao nível de 99%.
c) Qual é o maior grau de confiança que conduz a uma conclusão contrária à da alínea anterior?

5. Admita que o tempo de fiscalização de condutores em operações stop tem distribuição normal e o mesmo desvio padrão no Porto e em Braga. A seguinte tabela apresenta os valores da média e do desvio padrão do tempo de fiscalização observados em amostras recolhidas nas duas cidades.

	Tamanho da amostra	Média (min)	Desvio padrão (min)
Porto	20	5,4	1,5
Braga	15	4,9	1,8

a) Verifique, ao nível de 95%, se pode afirmar que os tempos médios de fiscalização são diferentes nas duas cidades.
b) Se as duas amostras tivessem o mesmo tamanho, qual deveria ser o seu valor mínimo para que pudesse concluir, ao nível de 95%, que o tempo médio de fiscalização é menor em Braga? Nota: as amostras serão grandes.

Soluções:

1. a) $IC = [2{,}53\,;3{,}51]$
   b) $n_{min} = 29$
   c) $IC = [1{,}70\,;3{,}70]$
2. a) $IC = [10{,}32\,;10{,}88]$. Sim.
   b) 82,94%
   c) 76,65%
3. a) $IC = [8{,}58\,;11{,}56]$
   b) $IC = [-0{,}28\,;3{,}74]$. Não.
4. a) $IC = [1{,}33\,;1{,}91]$. Não.
   b) $IC = [-1{,}27\,;0{,}21]$. Não.
   c) 93,72%
5. a) $IC = [-0{,}63\,;1{,}63]$. Não.
   b) $n_{min} = 85$ ($n_{min} = 86$ se usar $T(n_1 + n_2 - 2)$ no cálculo do IC)

ESTATÍSTICA

Ficha 12: Estimação – Intervalos de confianças para proporções e para a diferença entre proporções

1. Num inquérito a condutores para determinar se usam o telemóvel durante a condução, foram obtidos os seguintes resultados:

	Nº de inquiridos	Nº de respostas afirmativas
Mulheres	180	9
Homens	200	15

   a) Determine um intervalo de confiança de 98% para a proporção de mulheres condutoras que usam o telemóvel durante a condução.
   b) Que tamanho mínimo deve ter a amostra de mulheres condutoras para que o erro da estimativa da alínea anterior não exceda 0,01?
   c) Verifique, ao nível de 95%, se a proporção de condutores que usam o telemóvel durante a condução é independente do sexo.

2. Numa amostra aleatória dos tempos de fabrico das peças produzidas numa máquina A foram observados os seguintes resultados:

Tempo (s)	Nº de peças
[0, 5[	18
[5, 10[	17
[10, 15[	16
[15, 20[	19

   a) Estime, com uma confiança de 97%, a percentagem de peças produzidas pela máquina A em menos de 10 s.
   b) Numa amostra aleatória de 60 peças produzidas numa outra máquina, B, observou-se que apenas 21 foram produzidas em menos de 10 s. Com um nível de confiança de 98%, verifique se a percentagem de peças produzidas em menos de 10 s é diferente nas duas máquinas.

3. Considere a seguinte amostra aleatória do número de camiões que entram diariamente na estação de serviço A:

Nº de entradas	Nº de dias
0	8
1	17
2	16
3	9

   a) O gestor da estação de serviço A afirma que entra apenas 1 camião em 40% dos dias. Verifique, ao nível de 97%, se os dados da amostra dão razão ao gestor.
   b) Numa amostra aleatória de 50 registos diários numa outra estação de serviço, B, o número de entradas foi igual a 1 em 43% dos dias. Será a percentagem de dias com apenas 1 entrada diferente na estação A? Quantifique ao nível de 99%.

c) Qual é o maior grau de confiança que conduz a uma conclusão contrária à da alínea anterior?

4. De acordo com registos do ano passado, a despesa dos clientes de um dado supermercado teria distribuição normal de média 23,7 euros, sendo superior a 30 euros em 25% dos casos.
   a) Em 80 despesas deste ano realizadas neste supermercado, 18 foram inferiores a 15 euros. Verifique, ao nível de 96%, se a percentagem de despesas inferiores a 15 euros se alterou.
   b) Em 100 despesas deste ano noutro supermercado, verificou-se que 37% foram inferiores a 15 euros. Será esta percentagem diferente no primeiro supermercado? Justifique ao nível de 95%.
   c) Se as duas amostras tivessem o mesmo tamanho, qual deveria ser o seu valor máximo para que pudesse concluir, ao nível de 95%, que a percentagem de despesas deste ano inferiores a 15 euros não apresenta diferença significativa nos dois supermercados?
   d) Em 12 despesas do ano passado realizadas no primeiro supermercado, qual é a probabilidade da maioria ter sido superior a 30 euros?

Soluções:

1. a) $IC = [0{,}012\,;0{,}088]$
   b) $n_{min} = 2579$
   c) $IC = [-0{,}073\,;0{,}023]$. Sim.
2. a) $IC = [0{,}37\,;0{,}63]$
   b) $IC = [-0{,}05\,;0{,}35]$. Não.
3. a) $IC = [0{,}195\,;0{,}485]$. Sim.
   b) $IC = [-0{,}34\,;0{,}16]$. Não.
   c) 64,69%
4. a) $IC = [0{,}129\,;0{,}321]$. Não.
   b) $IC = [-0{,}277\,;-0{,}013]$. Sim.
   c) $n_{max} = 74$
   d) 0,0143

ESTATÍSTICA

Ficha 13: Testes de hipóteses – Testes a médias e à diferença entre médias

1. A seguinte tabela mostra as distâncias, em quilómetros, percorridas por um estafeta de um restaurante numa amostra aleatória de 30 serviços.

1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,5	1,5	1,5	1,8	2,2
2,3	2,4	2,5	2,7	2,8	2,9	3,4	3,6	3,8	3,8
3,9	4,1	4,3	4,5	4,7	4,7	4,8	4,9	4,9	5,0

   a) Com base nestes dados, pode concluir que a distância média de todos os serviços do estafeta é inferior a 3,7 km? Justifique ao nível de 5% usando o valor de prova.
   b) Se a distância média real for 3,5 km, qual é a probabilidade de tomar a decisão errada na alínea anterior?
   c) Se o valor observado da média amostral fosse 3,3, que tamanho mínimo da amostra permitiria rejeitar a hipótese nula ao nível de 5%?

2. Suspeita-se que, numa dada loja, a classificação média de todas as clientes femininas é 4,7.
   a) Numa amostra de 70 clientes femininas, obteve-se uma classificação média de 4,23 e um desvio padrão de 1,47. Usando a região crítica, verifique se os dados da amostra confirmam a suspeita.
   b) Qual é o menor nível de significância que conduz à rejeição da hipótese nula da alínea anterior?
   c) Numa amostra de 80 clientes do sexo masculino, a loja obteve uma classificação média de 3,55 e um desvio padrão de 2,34. Usando o valor de prova e um nível de significância de 3%, verifique se os homens têm pior opinião da loja.

3. A seguinte tabela apresenta uma amostra aleatória do número de respostas erradas de alunos da escola de condução A num exame de código de estrada.

Nº de respostas erradas	Nº de alunos
0	15
1	22
2	16
3	7

   a) Usando a região crítica e um nível de significância de 1%, pode afirmar que o número médio de respostas erradas de todos alunos da escola A é diferente de 1,5?
   b) Qual é a probabilidade de decidir acertadamente na alínea anterior se o verdadeiro número médio de respostas erradas dos alunos da escola A for 1,1?
   c) Numa amostra de 70 alunos da escola de condução B verificou-se que o número médio de respostas erradas foi de 1,53, sendo o desvio padrão igual a 2,74. Usando o valor de prova e um nível de significância de 2%, verifique se a escola A apresenta melhores resultados.

ESTATÍSTICA

Ficha 13: Testes de hipóteses – Testes a médias e à diferença entre médias

4. Numa amostra aleatória dos tempos de fabrico das peças produzidas na máquina A foram observados os seguintes resultados:

Tempo (s)	Nº de peças
[0, 5[	18
[5, 10[	17
[10, 15[	16
[15, 20[	19

a) Usando o valor de prova e um nível de significância de 3%, verifique se o tempo médio de fabrico de uma peça na máquina A é superior a 8 s.

b) Numa amostra aleatória de 60 peças produzidas numa outra máquina, B, observou-se que o tempo de fabrico por peça tinha média de 8,34 s e desvio padrão de 4,01 s. Usando a região crítica e um nível de significância de 5%, verifique se o tempo médio de fabrico é superior na máquina A.

c) Qual é a probabilidade de decidir acertadamente na alínea anterior se o tempo médio de fabrico de uma peça na máquina A exceder em 1 s o tempo médio de fabrico na máquina B?

5. Admita que o tempo de fiscalização de condutores em operações stop tem distribuição normal e o mesmo desvio padrão no Porto e em Braga. A seguinte tabela apresenta os valores da média e do desvio padrão do tempo de fiscalização observados em amostras recolhidas nas duas cidades.

	Tamanho da amostra	Média (min)	Desvio padrão (min)
Porto	20	5,4	1,5
Braga	15	4,9	1,8

a) Pode afirmar que o tempo médio de fiscalização no Porto é superior a 5 min? Justifique ao nível de 2% usando o valor de prova.

b) Comparando as duas cidades, pode afirmar que o tempo médio de fiscalização é superior no Porto? Justifique ao nível de 5% usando a região crítica.

c) Qual é a probabilidade de decidir erradamente na alínea anterior se o tempo médio de fiscalização no Porto exceder em 1,5 min o tempo médio de fiscalização em Braga?

Soluções:

1. a) Sim ($valor\text{–}p = 0{,}003$)
   b) 0,7995
   c) $n_{min} = 32$
2. a) Não ($RC =]-\infty; 4{,}4[\cup]5{,}0; +\infty[$)
   b) $\propto_{min} = 0{,}74\%$
   c) Sim ($valor\text{–}p = 0{,}015$)
3. a) Não ($RC =]-\infty; 1{,}2[\cup]1{,}8; +\infty[$)
   b) 0,7389
   c) Não há evidência disso ($valor\text{–}p = 0{,}21$)
4. a) Sim ($valor\text{–}p = 0{,}001$)
   b) Sim ($RC =]1{,}42; +\infty[$)
   c) 0,3121
5. a) Não ($valor\text{–}p = 0{,}12$)
   b) Não ($RC =]0{,}94; +\infty[$)
   c) 0,1632

ESTATÍSTICA

Ficha 14: Testes de hipóteses – Testes a proporções e à diferença entre proporções

1. Num inquérito a condutores para determinar se usam o telemóvel durante a condução, foram obtidos os seguintes resultados:

	Nº de inquiridos	Nº de respostas afirmativas
Mulheres	180	9
Homens	200	15

   a) Pode afirmar que a proporção de homens condutores que usam o telemóvel durante a condução é inferior a 10%? Justifique usando o valor de prova ao nível de 2%.
   b) Se a verdadeira proporção de homens condutores que usam o telemóvel durante a condução for 8%, qual é a probabilidade de tomar a decisão certa na alínea anterior?
   c) Usando a região crítica e um nível de significância de 5%, verifique se a proporção de condutores que usam o telemóvel durante a condução é independente do sexo.

2. Numa amostra aleatória dos tempos de fabrico das peças produzidas numa máquina A foram observados os seguintes resultados:

Tempo (s)	Nº de peças
[0, 5[	18
[5, 10[	17
[10, 15[	16
[15, 20[	19

   a) Usando a região crítica, pode afirmar que a percentagem de peças produzidas pela máquina A em menos de 10 s é superior a 40%? Justifique ao nível de 1%.
   b) Qual é o menor nível de significância que conduz à rejeição da hipótese nula da alínea anterior?
   c) Numa amostra aleatória de 60 peças produzidas numa outra máquina, B, observou-se que apenas 21 foram produzidas em menos de 10 s. Usando o valor de prova e um nível de significância de 2%, verifique se a percentagem de peças produzidas em menos de 10 s é diferente nas duas máquinas.

3. Considere a seguinte amostra aleatória do número de camiões que entram diariamente na estação de serviço A:

Nº de entradas	Nº de dias
0	8
1	17
2	16
3	9

   a) O gestor da estação de serviço A afirma que entra apenas 1 camião em 40% dos dias. Os dados da amostra dão razão ao gestor? Justifique usando o valor de prova.

b) Numa amostra aleatória de 50 registos diários numa outra estação de serviço, B, o número de entradas foi igual a 1 em 43% dos dias. Pode afirmar que a percentagem de dias com apenas 1 entrada é inferior na estação A? Quantifique ao nível de 1% usando a região crítica.

c) Se a verdadeira percentagem de dias com apenas 1 entrada na estação B exceder em 6% a percentagem correspondente na estação A, qual é a probabilidade de tomar a decisão errada na alínea anterior?

4. De acordo com registos do ano passado, a despesa dos clientes de um dado supermercado teria distribuição normal, com média de 23,7 euros e desvio padrão de 9,34 euros.

   a) Em 80 despesas deste ano realizadas neste supermercado, 18 foram inferiores a 15 euros. Estes dados permitem concluir que a percentagem de despesas inferiores a 15 euros se alterou? Justifique usando o valor de prova ao nível de 3%.

   b) Em 100 despesas deste ano noutro supermercado, verificou-se que 37% foram inferiores a 15 euros. Será a percentagem de despesas deste ano inferiores a 15 euros diferente no primeiro supermercado? Justifique usando a região crítica ao nível de 5%.

   c) Se as duas amostras tivessem o mesmo tamanho e as proporções observadas não sofressem alterações significativas, qual deveria ser o tamanho máximo das amostras para que pudesse concluir, ao nível de 5%, que a percentagem de despesas deste ano inferiores a 15 euros não apresenta diferença significativa nos dois supermercados?

Soluções:

1. a) Não ($valor\text{–}p = 0{,}1190$)
   b) 0,1151
   c) Não ($RC = \left]-\infty; -0{,}049\right[\cup \left]0{,}049; +\infty\right[$)
2. a) Não ($RC = \left]0{,}54; +\infty\right[$)
   b) $\propto_{min} = 4{,}4\%$
   c) Não ($valor\text{–}p = 0{,}0854$)
3. a) Sim ($valor\text{–}p = 0{,}3843$)
   b) Não ($RC = \left]-\infty; -0{,}23\right[$)
   c) 0,9599
4. a) Não ($valor\text{–}p = 0{,}2502$)
   b) Sim ($RC = \left]-\infty; -0{,}14\right[\cup \left]0{,}14; +\infty\right[$)
   c) $n_{max} = 76$